Matemática A | 10.º ano Belmiro Costa · Ermelinda Rodrigues · Lara Martins Rodrigues

Caderno de Atividades

Avalia+

espiral

10

Porto Editora

Autoavaliação

1. e 2. Modelos matemáticos nas eleições e na partilha

Cotações

ESPMA10CAP © Porto Editora

1 Num concurso de gastronomia foi realizada uma eleição preferencial para eleger o melhor prato de entre três: Arroz de Pato (A), Bacalhau à Brás (B) e Polvo à Lagareiro (P). Os resultados foram:

Ordem de preferência	Número de votos			
	95	121	103	93
1.ª	B	P	A	B
2.ª	P	A	P	A
3.ª	A	B	B	P

1.1. Considerando apenas as primeiras preferências, qual é o vencedor pelo sistema maioritário? ____ /5

(A) Bacalhau, com maioria simples **(B)** Bacalhau, com maioria absoluta

(C) Polvo, com maioria simples **(D)** Polvo, com maioria absoluta

1.2. Por aplicação do método de Borda, qual das opções traduz o resultado por ordem decrescente de pontuação? ____ /5

(A) BAP **(B)** PAB **(C)** APB **(D)** BPA

2 Nas Eleições Presidenciais de 2022, no Brasil, foram apurados os seguintes resultados:

Candidatos	Lula da Silva	Jair Bolsonaro	Simone Tebet	Ciro Gomes	Soraya Thronicke	Felipe d'Ávila
N.° de votos	57 259 504	51 072 345	4 915 423	3 599 287	600 955	559 708
Candidatos	**Padre Kelmon**	**Léo Péricles**	**Sofia Manzano**	**Vera**	**Constituinte Eymael**	
N.° de votos	81 129	53 519	45 620	25 625	16 604	

N.° de votantes: 123 682 372 ; **N.° de votos válidos:** 118 229 719 ; **N.° de eleitores:** 156 453 354 ;
N.° de votos brancos: _____ ; N.° de votos nulos: _____

Fonte: *Globo.com*

2.1. Determina o número de votos brancos e o número de votos nulos, sabendo que se registaram mais 1 523 095 votos nulos do que brancos. ____ /20

2.2. Calcula, apresentando os resultados arredondados às centésimas, a percentagem:

a) de abstenção; ____ /15

b) de votos não válidos; ____ /15

c) de votos válidos que obteve o candidato menos votado; ____ /15

d) de votos válidos que obteve o candidato mais votado. ____ /15

2.3. Explica por que razão, nas Eleições Presidenciais de 2022, no Brasil, houve segunda volta. ____ /15

ESPMA10CAP © Porto Editora

3 **O esquema de preferências da figura encontra-se incompleto. Determina qual é o perfil de preferências da última seta, sabendo que, pelo método de Borda, Y teve 36 pontos e Z não teve a maior pontuação.**

Cotações

/20

4 **Nas eleições para o Parlamento de um certo país, constituído por oito lugares, concorreram quatro partidos políticos, que obtiveram o número de votos assinalados na tabela. Sabe-se, ainda, que se registaram 16% de abstenção e 2669 votos inválidos.**

Partidos	P1	P2	P3	P4
N.º de votos	6173	8916	4485	1277

4.1. Determina o número de eleitores inscritos. /15

4.2. Determina o número de lugares que serão atribuídos a cada partido se o método de representação proporcional for o de Hondt. /20

4.3. Compara o resultado de **4.2.** com o obtido usando o método de St. Laguë. /20

5 **Em determinadas eleições, em relação às quais há seis mandatos para distribuir, candidataram-se três partidos (X, Y e Z). Apurados os votos validamente expressos, os resultados encontram-se parcialmente representados na tabela. Sabe-se que o partido Z não teve direito a mandato por aplicação do método de St. Laguë. Determina o número mínimo de votos do partido Y. Explica o teu raciocínio.** /20

Partidos	X	Y	Z
N.º de votos	1 978 020	?	268 932

ESPMA10CAP © Porto Editora

Autoavaliação

3. Modelos matemáticos em finanças

Cotações

1 **O Rodrigo tem um salário líquido de 1152 €. Sabe-se que a percentagem total de descontos que lhe são aplicados não ultrapassa os 37% nem é inferior a 23%. Qual das opções pode corresponder ao salário bruto do Rodrigo?**

(A) 1900 € **(B)** 1820 € **(C)** 1450 € **(D)** 1400 € ____ /10

2 **O André, que anda à procura de emprego, obteve duas propostas, A e B, e quer escolher a que lhe oferece melhor rendimento.**

Proposta A: Salário anual de 18 520 €

Proposta B: Salário mensal de 1225 €

2.1. Qual é a melhor proposta para o André? Justifica ____ /20

2.2. Determina o valor da hora em cada proposta, sabendo que ambas se referem a um horário de 40 horas. ____ /20

3 **Na figura encontra-se parte do recibo de vencimento da Sofia.**

RECIBO DE VENCIMENTO		ORIGINAL
Sofia Lopes		
N.º de Contribuinte	00000	
N.º de Beneficiário	00000	Período: 2024-03-01 a 2024-03-31

Descrição	Taxa	Valor €
VENCIMENTO-BASE		935
SEGURANÇA SOCIAL	11%	?
IRS	13,25%	?
SUBSÍDIO DE ALIMENTAÇÃO		?

Sabe-se que cumpre 40 horas semanais e recebeu 6 € de subsídio de refeição por dia, isentos de impostos (nesse mês, consideravam-se 22 dias de trabalho).

3.1. Calcula o valor do salário líquido da Sofia nesse mês. ____ /20

3.2. A Sofia, por vezes, trabalha horas extras ao fim de semana. Qual é o valor bruto de cada hora extra, sabendo que é paga pelo valor do salário por hora, acrescido de 80% desse valor? ____ /20

4 **Relativamente aos dados de um funcionário de uma empresa, sabe-se que:** ____ /20

- o valor que lhe é descontado mensalmente para a Segurança Social é 205,15 €;
- por cada hora extraordinária realizada em dia útil, a empresa paga o valor de cada hora do trabalhador acrescido de 20% desse valor;
- se a hora extraordinária for realizada ao fim de semana, o acréscimo é de 50%;
- num determinado mês, o funcionário realizou 10 horas extraordinárias em dias úteis e oito horas ao fim de semana.

ESPMA10CAP © Porto Editora

Calcula o desconto efetuado nesse mês pelo funcionário para a Segurança Social, sabendo que o seu horário semanal é 40 horas.

Cotações

5 **A Vânia é solteira, tem um filho menor e teve 71,03 € de retenção na fonte em janeiro de 2024. A taxa marginal máxima aplicada foi 18%, a parcela a abater foi 96,82 €, acrescida de 34,29 € por cada dependente.**
Calcula o valor do salário bruto nesse mês. ____/20

6 **Um investidor aplicou 15 700 € num depósito a prazo com um juro anual simples de 2,8%.**

6.1. Determina o capital final obtido ao fim de sete anos. ____/15

6.2. Se a taxa anual fosse 3,5%, qual é o período mínimo que seria necessário decorrer para o investidor atingir os 30 000 €? ____/10

(A) 24 anos **(B)** 25 anos **(C)** 26 anos **(D)** 27 anos

7 **O Joaquim fez um investimento num produto financeiro com uma taxa de juro anual simples de 2,1% durante quatro anos. Decorrido este período, o capital final do Joaquim foi 13 008 €. Determina o capital inicial investido pelo Joaquim.** ____/15

8 **Qual das expressões traduz o capital acumulado ao fim de cinco anos com capitalizações semestrais de um depósito de 10 250 € a uma taxa anual de juro de 2,4%?** ____/10

(A) $10\,250 \times 1{,}004^{10}$ **(B)** $10\,250 \times 1{,}012^{10}$ **(C)** $10\,250 \times 1{,}012^{6}$ **(D)** $10\,250 \times 1{,}004^{6}$

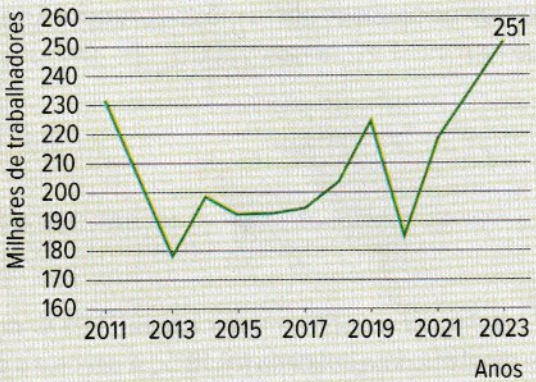
9 **A Arminda pretende investir 20 800 € num depósito a prazo durante três anos. Três instituições bancárias apresentaram-lhe as seguintes opções:** ____/20

Instituição A	Instituição B	Instituição C
Taxa de juro anual: 3,6% Tipo de juro: simples	Taxa de juro anual: 3,5% Tipo de juro: composto, com capitalizações trimestrais	Taxa de juro: 3% no 1.º ano; 3,8% nos restantes anos Tipo de juro: composto

Qual das instituições bancárias oferece a opção mais favorável para a Arminda?

ESPMA10CAP © Porto Editora

1 No gráfico está representado o número de trabalhadores, em milhares, com dois empregos entre 2011 e 2023. Sabe-se que, em 2023, mais 16 200 pessoas face a 2022 tiveram a necessidade de encontrar uma fonte de rendimento adicional.



1.1. Identifica a variável em estudo e classifica-a.

1.2. Indica a percentagem, arredondada às unidades, do aumento de trabalhadores com dois empregos entre 2022 e 2023.

Cotações

_____ /20

_____ /20

2 Qual(ais) das seguintes variáveis é(são) qualitativa(s)?

V1: Número de golos marcados por uma equipa de futsal
V2: Grau de satisfação com um determinado produto
V3: Altura das jogadoras de *padel*
V4: Cor dos olhos dos alunos do secundário de uma escola

(A) V1 e V3 **(B)** V2 e V4 **(C)** V1 e V2 **(D)** V3 e V4

_____ /10

3 Em relação a um conjunto de cinco dados, números inteiros não negativos, sabe-se que a amplitude é igual ao máximo e igual a 9, a moda é 3 e a média é 4,2. Determina a mediana do conjunto de dados.

_____ /20

4 Em relação a um conjunto de dados, sabe-se que o desvio-padrão é 3,6. Cada elemento do conjunto foi multiplicado por 1,8. Qual dos números representa o desvio-padrão do novo conjunto de dados?

(A) 3,6 **(B)** 5,4 **(C)** 1,8 **(D)** 6,48

_____ /10

5 Na tabela estão representadas as alturas, em centímetros, dos alunos de uma turma de dança.

Altura dos alunos	n_i
[150 , 155[	2
[155 , 160[	5
[160 , 165[	4
[165 , 170[	6
[170 , 175[	2
[175 , 180[	1

ESPMA10CAP © Porto Editora

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

5.1. Qual dos números pode representar o valor do percentil 60 ? ____/10

(A) 156 **(B)** 162 **(C)** 166 **(D)** 171

5.2. Sabendo que o 3.º quartil é 168 , seleciona a opção correta. ____/10

(A) pelo menos 15 alunos medem mais de 168 cm .

(B) 5 alunos medem 168 cm .

(C) 5 alunos medem menos de 168 cm .

(D) pelo menos 15 alunos medem, no máximo, 168 cm .

5.3. Sabendo que $P_{30} = 159$ e $M_e = 163{,}75$, indica se as afirmações são verdadeiras ou falsas. ____/20

a) A altura de cerca de 70% dos alunos varia entre 150 e 159 centímetros.

b) No máximo, 70% dos alunos medem mais de 159 centímetros.

5.4. Sabe-se que o *peso* médio, em quilogramas, dos alunos desta turma de dança é 65,2 . Ingressaram mais dois alunos, sendo um deles mais *pesado* 2 kg do que o outro. Sabendo que o *peso* médio passou a ser 66 kg , determina o *peso* de cada um dos novos alunos. ____/20

(6) Na tabela estão registados o número de folhas em cada uma das 150 plantas de uma amostra de uma espécie, num determinado horto.

N.º de folhas	15	18	20	22	23	25	126
N.º de plantas	25	40	45	20	12	3	5

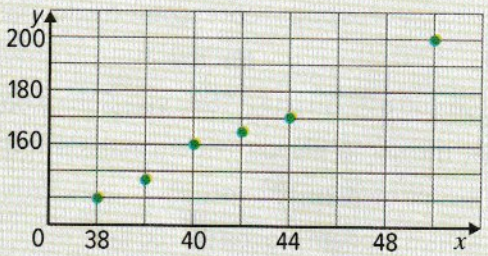
6.1. Recorrendo à calculadora, determina a média, a mediana, a amplitude interquartil e o desvio-padrão. Apresenta os resultados arredondados às centésimas quando necessário. ____/20

6.2. O dado 126 foi um erro de transcrição, pois deveria ser 26 . Ao ser considerado o valor 126 , que medida melhor representa o centro de distribuição do conjunto de dados, a média ou a mediana? Justifica ____/20

6.3. Indica, justificando, qual é o efeito produzido na média e no desvio-padrão se acrescentarmos três folhas a cada número de folhas contabilizado. ____/20

ESPMA10CAP © Porto Editora

1 **O diagrama de dispersão da figura mostra uma forte associação linear positiva entre duas variáveis. Em qual das opções poderão estar representados o valor de r, coeficiente de correlação, e uma equação da reta de regressão linear da distribuição representada?**



(A) $r = -0{,}99$ e $y = 4{,}238x - 13{,}243$

(B) $r = 0{,}99$ e $y = 4{,}238x - 13{,}243$

(C) $r = -0{,}97$ e $y = -4{,}238x + 13{,}243$

(D) $r = 0{,}97$ e $y = -4{,}238x + 13{,}243$

Cotações

_____ /20

2 **Ajustou-se uma reta de regressão linear à nuvem de pontos de uma distribuição bidimensional, tendo-se obtido a informação que consta ao lado.**

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

$y = -0.4481404x + 12.77606$ Equação da regressão	
r	-0.9741512
r^2	0.9489705

(A) A correlação é positiva e, para $y = 6$, estima-se $x \approx 15{,}12$.

(B) A correlação é negativa e, para $y = 5$, estima-se $x \approx 16$.

(C) A correlação é positiva e, para $y = 5$, estima-se $x \approx 16$.

(D) A correlação é negativa e, para $y = 6$, estima-se $x \approx 15{,}12$.

_____ /20

3 **Na frutaria da Sónia uma das frutas mais vendidas são os *kiwis gold*. No entanto, o preço diário, por cada quilograma, tem variado. Durante alguns dias, a Sónia registou o preço diário, por quilograma, e o respetivo número de quilogramas vendidos deste tipo de *kiwis*.**

Os resultados estão indicados na tabela.

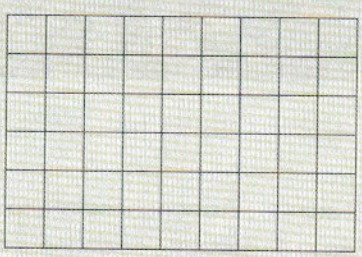
Preço (€ /kg)	**2,09**	**2,85**	**3,99**	**4,99**	**3,29**	**4,5**	**1,99**
N.º de quilos	16	13	8	6	10	5	18

3.1. Identifica a variável explanatória e a variável resposta.

_____ /20

3.2. Representa os dados da tabela num diagrama de dispersão e indica o tipo de correlação existente entre as variáveis.

_____ /20



3.3. Determina, arredondado às centésimas, o coeficiente de correlação linear. Que tipo de conclusão pode ser retirada?

_____ /20

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

4 **Em relação às classificações dos alunos de uma turma do 12.º ano, considera as seguintes variáveis:**

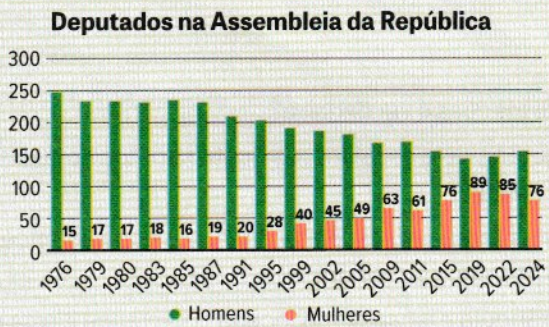
- Classificações internas a Matemática, no final do ano letivo
- Classificações obtidas na prova oficial de Matemática A

Classificação interna (x_i)	7	12	9	13	14	16	16	19	11	10
Classificação na prova oficial (y_i)	9	14	8,2	11,6	15	14,2	17,8	5,1	10,2	9,5

4.1. Determina as coordenadas do centro de gravidade da nuvem de pontos. ____/20

4.2. Determina, arredondado às centésimas, o coeficiente de correlação linear. Indica a equação da reta de regressão, $y = ax + b$, com a e b arredondados às milésimas. ____/20

5 **No gráfico está representada a evolução do número de mulheres no Parlamento. Sabe-se que, no dia 10 de março de 2024, foram eleitas 76 mulheres para a Assembleia da República.**



5.1. Indica o ano em que se registou um máximo histórico na eleição de mulheres para a AR. ____/20

5.2. Determina a percentagem de deputados, num total de 230, eleitos em 2024, que são mulheres. Apresenta o resultado arredondado às unidades. ____/20

5.3. Sabe-se que a média do número de mulheres eleitas desde 1975 é 43,18 e o desvio-padrão é 26,18. ____/20

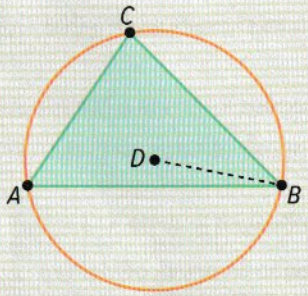
Se em cada ano tivessem sido eleitas mais 10 mulheres, qual seria o valor da média e do desvio-padrão do novo conjunto de dados?

ESPMA10CAP © Porto Editora

Autoavaliação

Pontos notáveis de um triângulo. Reta de Euler e circunferência dos nove pontos

1 **Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ e uma circunferência de centro D que passa pelos vértices do triângulo. Como se designa o centro da circunferência?**



(A) Incentro

(B) Circuncentro

(C) Ortocentro

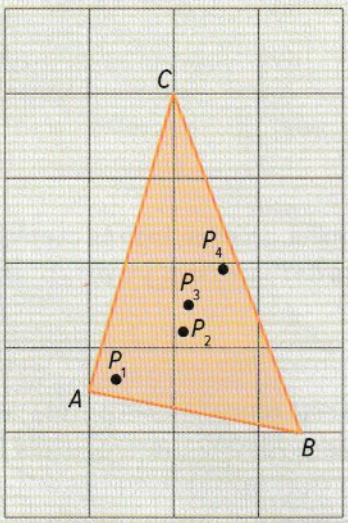
(D) Baricentro

Cotações

_____ /10

ESPMA10CAP © Porto Editora

2 **Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ e assinalados os seus pontos notáveis P_1, P_2, P_3 e P_4.**



2.1. Dos pontos assinalados, indica quais os que pertencem à reta de Euler.

_____ /12

2.2. Indica o ponto notável que cada um dos pontos representa.

_____ /12

2.3. Representa a circunferência dos nove pontos.
Explica como procedeste.

_____ /20

3 **Qual das seguintes afirmações é verdadeira?**

_____ /10

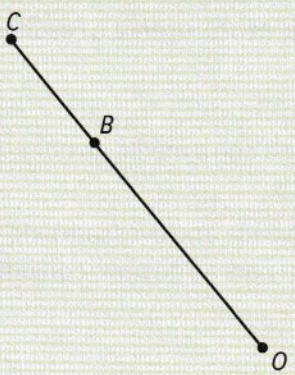
(A) Num triângulo acutângulo e escaleno, os quatro pontos notáveis pertencem ao interior do triângulo e à reta de Euler.

(B) Num triângulo obtusângulo e isósceles, o incentro não pertence à reta de Euler e o circuncentro não pertence ao triângulo.

(C) Num triângulo retângulo e isósceles, o incentro pertence à reta de Euler e o ortocentro pertence ao interior do triângulo.

(D) Num triângulo retângulo e isósceles, o circuncentro pertence a um dos lados do triângulo e o incentro pertence à reta de Euler.

4 **Na figura está representado um segmento de reta cujos extremos são o circuncentro, C, e o ortocentro, O, de um triângulo e o respetivo baricentro, B.**
Sabe-se que o centro da circunferência dos nove pontos dista 2,76 cm do circuncentro. Qual das igualdades é verdadeira?



_____ /10

(A) $\overline{BO} \approx 3{,}68$ cm

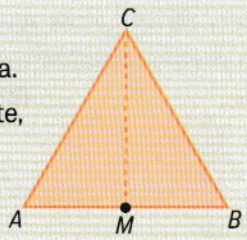
(B) $\overline{BO} \approx 1{,}84$ cm

(C) $\overline{BO} \approx 1{,}38$ cm

(D) $\overline{BO} \approx 5{,}52$ cm

ESPMA10CAP © Porto Editora

5 **Considera um triângulo equilátero $[ABC]$ com 12 cm de perímetro.**



Cotações

5.1. Diz, justificando, se cada uma das afirmações seguintes é verdadeira ou falsa.

a) O baricentro e o ortocentro do triângulo não pertencem, necessariamente, ao segmento de reta $[CM]$, sendo M o ponto médio de $[AB]$. ____ /12

b) Os quatro pontos notáveis do triângulo, incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro, não pertencem ao segmento de reta $[CM]$. ____ /12

5.2. Determina:

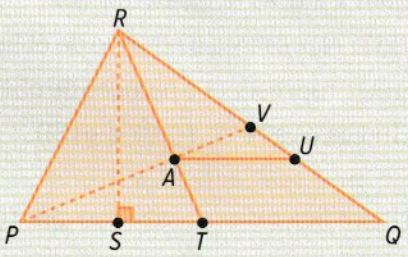
a) a medida do comprimento da circunferência inscrita no triângulo $[ABC]$, em centímetros; ____ /20

b) a medida da área, em centímetros quadrados, do círculo limitado pela circunferência circunscrita ao triângulo $[ABC]$. ____ /20

6 **Na figura está representado um triângulo $[PQR]$, bem como a altura e a mediana obtidas a partir do vértice R e a mediana $[PV]$.**

Fixada uma unidade, sabe-se que:

- $\overline{RT} = 6$ e $\overline{RV} = 4{,}5$
- as retas AU e PQ são paralelas;
- a medida da área do triângulo $[PTA]$ é 4,8.



6.1. Justifica que os triângulos $[PTR]$ e $[RTQ]$ têm a mesma área. ____ /15

6.2. Como se designa o ponto A? ____ /12

6.3. Determina:

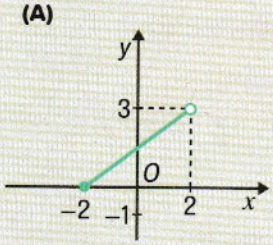
a) a área do triângulo $[PQR]$; ____ /15

b) $\overline{UQ}$ ____ /20

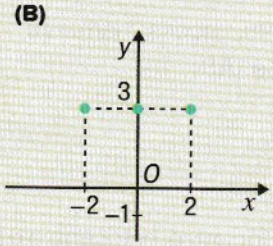
ESPMA10CAP © Porto Editora

1 **Considera os conjuntos $A=\{x\in\mathbb{R}: -2\leqslant x\leqslant 2\}$ e $B=\{3\}$.**
Fixado um referencial cartesiano, qual dos gráficos representa uma função de A em B?

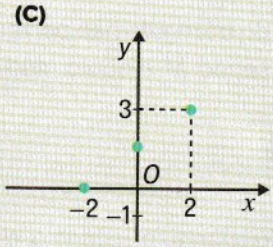
(A)



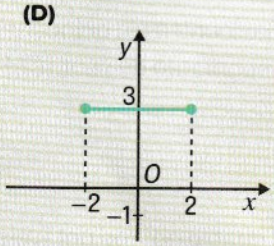
(B)



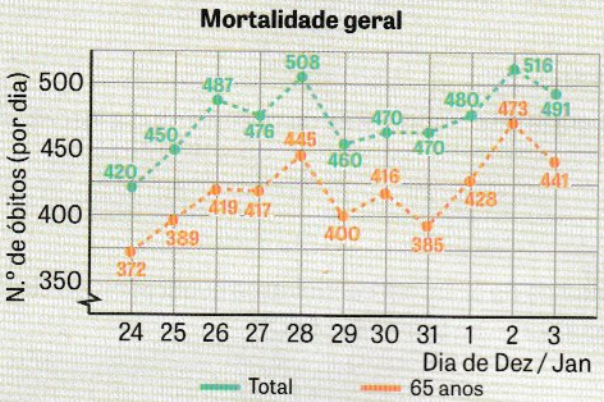
(C)



(D)



2 **Na figura está apresentada a evolução do número de óbitos registados em Portugal entre o dia 24 de dezembro de 2023 e o dia 3 de janeiro de 2024.**



2.1. Indica o dia em que ocorreu o pico do número de óbitos.

2.2. Qual foi a diferença entre o número de óbitos total e o número de óbitos com mais de 65 anos no dia 1 de janeiro de 2024?

2.3. Em que dia se registou uma maior diferença entre o número de óbitos total e o número de óbitos com mais de 65 anos?

2.4. Sejam f e g as funções, tais que:

- $f(x)$: representa o número de óbitos total, no dia x;
- $g(x)$: representa o número de óbitos com mais de 65 anos, no dia x.

a) Indica o valor de $f(28)$ e $g(31)$.

b) Identifica o dia x, sabendo que $f(x)=450$.

c) Calcula $g(3)-g(24)$ e indica o significado no contexto apresentado.

d) Calcula $f(31)-g(31)$ e indica o significado no contexto apresentado.

3 **A loja *Fashion* está a aplicar um desconto de 15% sobre os preços de algumas sapatilhas.**

3.1. Completa a tabela.

Preço inicial (€)	58	77		98,7	
Preço final (€)			85,85		118,83

3.2. Escreve uma expressão algébrica que defina o preço a pagar pelo artigo com desconto.

Cotações

/5 /5 /5 /5 /10 /5 /15 /15 /15 /15

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

4 Um projétil é lançado verticalmente e a respetiva altura a (em metros acima do solo) é dada, em função de t (em segundos após o instante inicial $t = 0$), por $a(t) = -4{,}9t^2 + 39{,}2t + 1{,}6$.

4.1. Qual é a altura do projétil no instante em que foi lançado? ____ /15

4.2. Para determinar ao fim de quanto tempo o projétil atingiu o solo, o Valentim resolveu a equação $a(t) = 0$ e obteve o resultado $t \approx -0{,}04 \vee t \approx 8{,}04$.

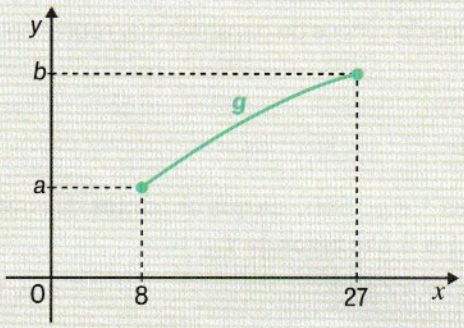
Justifica por que razão $-0{,}04$ é solução da equação, mas não é solução do problema. ____ /15

4.3. Determina $a(4)$ e explica o seu significado no contexto apresentado. ____ /15

4.4. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina quanto tempo esteve o projétil a uma altura superior a 35,9 metros. ____ /15

5 Seja h a função de domínio $A = \left\{a, -\frac{2}{3}, \sqrt{3}\right\}$ definida por $h(x) = -\frac{x+2}{3}$. Determina o valor de a, sabendo que $-\frac{1}{2}$ pertence ao contradomínio de h. ____ /15

6 Considera vários cubos cuja medida do volume é representada por x, com $x \in [8, 27]$. Seja g a função que a cada valor de x faz corresponder a área total da superfície do cubo.



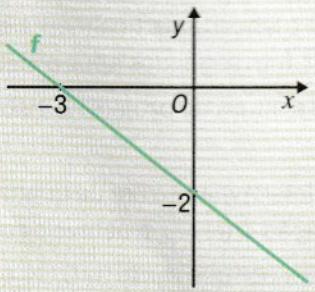
6.1. Escreve uma expressão algébrica de g. ____ /15

6.2. Determina a e b e indica o significado de $[a, b]$. ____ /15

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

1 **Na figura está representada a função f.**
Seleciona a expressão analítica que pode definir a função f. /5



(A) $f(x) = -\frac{3}{2}x - 2$ **(B)** $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$

(C) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ **(D)** $f(x) = -\frac{2}{3}x - 2$

2 **Considera a família de funções do tipo $g(x) = -(2-k)x + 3$, $k \in \mathbb{R}$. Determina para que valor de k se tem uma função cujo gráfico é paralelo ao de uma função afim h que é negativa apenas em $]-\infty, 0[$ e a cujo gráfico o ponto $(1, 8)$ pertence.** /15

3 **Considera a função i definida por $i(x) = -3x^2 - 6x - 5$. Seleciona a opção verdadeira.** /5

(A) A função i tem dois zeros.

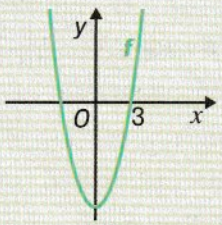
(B) A função i é negativa em $\mathbb{R}$.

(C) O ponto $(-1, 0)$ é o vértice do gráfico de i.

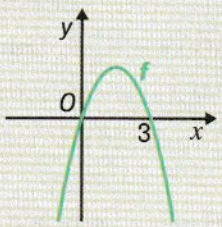
(D) -1 é o máximo da função i.

4 **Considera a função quadrática definida por $f(x) = ax^2 - 3ax$, com $a < 0$.** /5
Seleciona a opção que pode representar o gráfico da função f.

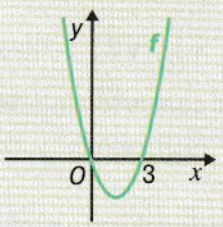
(A)



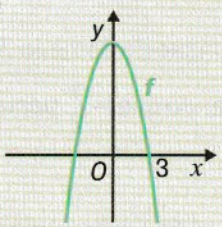
(B)



(C)



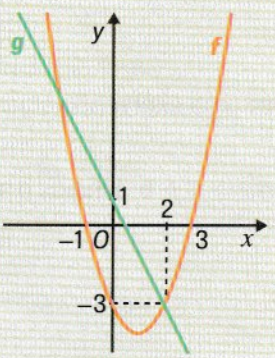
(D)



5 **Considera a função quadrática h definida pela expressão $h(x) = 4x^2 - 8x + 1$.** /20
Determina, analiticamente, as coordenadas do vértice da parábola que representa a função h e identifica o seu extremo.

6 **Na figura estão representadas as funções f e g. Sabe-se que os pontos de coordenadas $(0, 1)$ e $(2, -3)$ pertencem ao gráfico de g e -1 e 3 são zeros de f.**

6.1. Mostra que $f(x) = (x-1)^2 - 4$ e $g(x) = -2x + 1$. /20



6.2. Determina, analiticamente, as coordenadas dos pontos de interseção dos gráficos das duas funções. /15

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

6.3. Constrói o quadro de sinais para cada uma das funções. ____ /20

6.4. Determina, analiticamente na forma de intervalo, o conjunto-solução da inequação $f(x) < g(x)$. ____ /15

7 **De uma função quadrática h, sabe-se que:** ____ /20

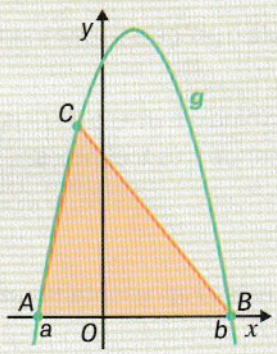
- $D'_h =]-\infty, 4]$;
- h é crescente em $]-\infty, 1]$ e decrescente em $[1, +\infty[$;
- o gráfico de h interseta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, 3)$.

Determina a expressão analítica da função h na forma $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

8 **Na figura está representada a função g e o triângulo $[ABC]$.**

Sabe-se que:

- a função g é definida por $g(x) = -x^2 + 2x + 8$;
- o ponto C percorre a curva do gráfico da função g, com abcissa $x \in]a, b[$;
- os pontos A e B são os pontos de interseção do gráfico da função g com o eixo Ox.



8.1. Mostra que a área do triângulo $[ABC]$ é dada por $A(x) = -3x^2 + 6x + 24$. ____ /20

8.2. Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina os valores para os quais a área do triângulo $[ABC]$ não é inferior a 15 unidades de área. ____ /20

9 **Seja f a função definida por $f(x) = -2x^2 - (k-2)x + 3$, $k \in \mathbb{R}$. Existirá algum valor de k para o qual a função f assuma apenas valores negativos? Justifica.** ____ /20

ESPMA10CAP © Porto Editora

Autoavaliação

3. Funções definidas por ramos

Cotações

1 Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por: $f(x)=\begin{cases}3-3x & \text{se } x<1\\ 3x-3 & \text{se } x\geqslant 1\end{cases}$ /5

Indica a opção correta.

(A) $f(x)=|1-3x|$ **(B)** $f(x)=|3-x|$ **(C)** $f(x)=3|1-x|$ **(D)** $f(x)=3|1-3x|$

2 Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por: $g(x)=\begin{cases}1-x^2 & \text{se } x\leqslant 0\\ 9-x^2 & \text{se } x>0\end{cases}$

2.1. Qual é o conjunto dos zeros da função g? /10

(A) $\{-3, -1, 1, 3\}$

(B) $\{-3, 1\}$

(C) $\{-1, 3\}$

(D) $\{-1\}$

2.2. Identifica o valor de $g(0)-g(-2)$. /10

(A) -12 **(B)** -4 **(C)** 4 **(D)** 12

3 Durante as férias, três amigos resolveram alugar trotinetes elétricas para circularem pela cidade de Braga. O preço, p, do aluguer da trotinete (em euros) é dado, em função do tempo de uso t (em dias), pela expressão:

$$p(t)=\begin{cases}15+10t & \text{se } 0<t\leqslant 7\\ 85+4t & \text{se } 7<t\leqslant 30\end{cases}$$

3.1. Calcula o preço a pagar pelo aluguer de quatro trotinetes durantes sete dias. /15

3.2. Determina o número de dias de férias, sabendo que os três amigos pagaram 435 € pelo aluguer de três trotinetes. /20

4 Na figura estão representadas as funções f e g, de domínio $\mathbb{R}$, definidas por $f(x)=x^2$ e $g(x)=|x|$. /10

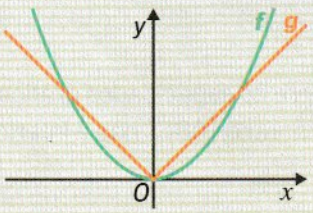
Seleciona a opção que apresenta o conjunto-solução da inequação $f(x)\geqslant g(x)$.

(A) $x\in\,]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

(B) $x\in[-1, 1]$

(C) $x\in[-1, 0[\cup]0, 1]$

(D) $x\in\,]-\infty, -1]\cup[1, +\infty[$



5 Considera a função h definida por $h(x)=-3|x-5|+3$. /10

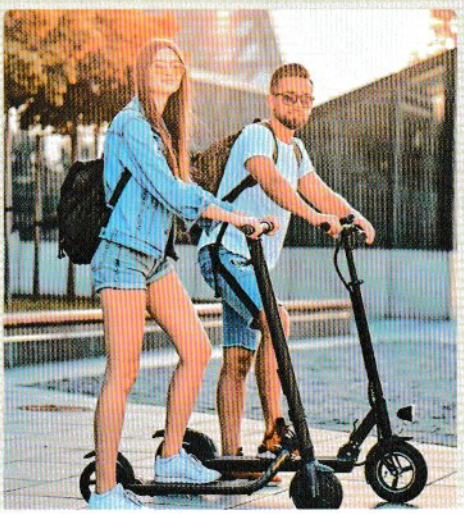
Seleciona a opção que representa uma afirmação falsa.

(A) A função h é crescente em $]-\infty, 5]$.

(B) A função h é positiva em $]4, 6[$.

(C) A função h tem um máximo igual a 3.

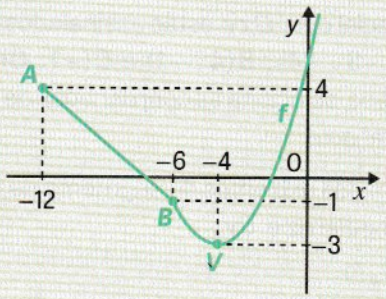
(D) O eixo de simetria do gráfico da função h é paralelo a Ox.



ESPMA10CAP © Porto Editora

6 **No referencial da figura está representada a função f, de domínio $[-12, +\infty[$. O gráfico é constituído por parte de uma parábola e por um segmento de reta. Sabe-se que:**

- o segmento de reta $[AB]$ tem extremidades nos pontos $A(-12, 4)$ e $B(-6, -1)$;
- $V(-4, -3)$ é o vértice da parábola que passa em B.



Cotações

6.1. Define a função f por ramos. ____ /20

6.2. Determina as coordenadas do ponto de interseção do gráfico de f com o eixo das ordenadas. ____ /20

6.3. Determina os zeros da função f. ____ /20

6.4. Determina o conjunto dos números reais k, para os quais a equação $f(x) = k$: ____ /20

a) tem uma única solução;

b) tem exatamente duas soluções;

c) não tem soluções.

7 **Um reboque de automóveis foi contactado para prestar um serviço e apresentou o seguinte preçário:**

- taxa de saída: 15 €;
- 1,20 €/km para distâncias até 20 km, inclusive;
- o que exceder 20 km tem o custo de 0,75 €/km.

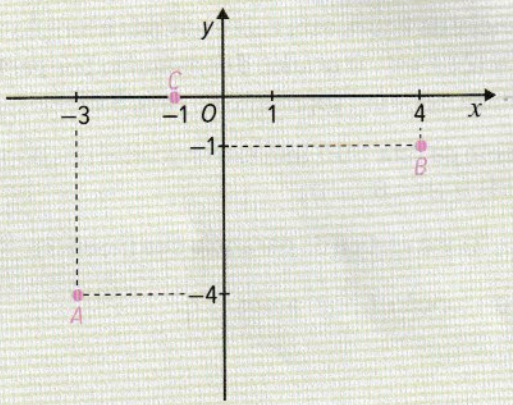
Seja c a função que a cada valor de x, distância em quilómetros, faz corresponder $c(x)$, custo do serviço, em euros.

7.1. Define a função c por ramos. ____ /20

7.2. Num serviço o preço a pagar pelo cliente foi 54 €. Determina a distância percorrida nesse serviço. ____ /20

ESPMA10CAP © Porto Editora

1 **No referencial o.m. Oxy estão assinalados os pontos $A(-3, -4)$, $B(4, -1)$ e $C(-1, 0)$.**
Em cada caso, seleciona as coordenadas de um ponto P, tal que:



Cotações

1.1. P é um dos extremos do segmento de reta $[PB]$, cuja mediatriz é Oy; ____ /10

(A) $(4, 1)$

(B) $(-4, 1)$

(C) $(4, -1)$

(D) $(-4, -1)$

1.2. P é o transformado de A por meia-volta de centro em O; ____ /10

(A) $(3, 4)$

(B) $(-3, 4)$

(C) $(-4, -3)$

(D) $(3, -4)$

1.3. P é o ponto médio de $[BC]$; ____ /10

(A) $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ **(B)** $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ **(C)** $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ **(D)** $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

1.4. P pertence ao semiplano inferior aberto definido pela reta BC. ____ /10

(A) $(4, -1)$

(B) $(4, 1)$

(C) $(-6, 1)$

(D) $(-1, -6)$

2 **Num referencial o.m. Oxy, a mediatriz de um segmento de reta $[AB]$ é definida por $y = -\frac{3}{2}x - 5$.** ____ /10
As coordenadas de um ponto equidistante de A e de B podem ser:

(A) $(2, -2)$

(B) $(-4, 1)$

(C) $(4, -1)$

(D) $(-2, 2)$

3 **Num referencial o.m. Oxy estão representados o ponto $A(-1, 3)$ e a reta r definida pela equação $y = -2$. Seja $P\left(k^2 - \frac{1}{9}, 2 - 3k\right)$, com $k \in \mathbb{R}$.**

Determina, caso exista(m), o(s) valor(es) de k, de modo que o ponto P:

3.1. pertença à reta paralela ao eixo Ox que passa por A; ____ /15

3.2. pertença ao eixo Oy; ____ /15

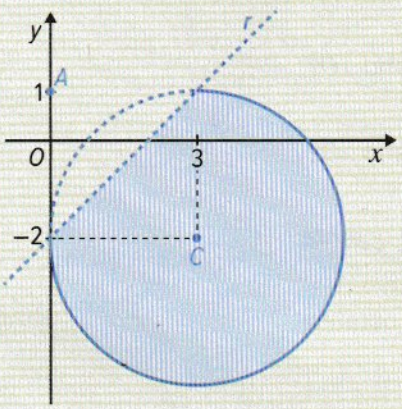
ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

3.3. seja a projeção ortogonal de A sobre a reta r. ____ /20

4 **No referencial o.m. Oxy estão representados a circunferência de centro C e tangente ao eixo Oy e a reta r. Sabe-se que:**

- $A(0, 1)$ e $C(3, -2)$
- a reta r é a mediatriz de $[AC]$.



4.1. Determina a equação reduzida da:

a) reta r; ____ /20

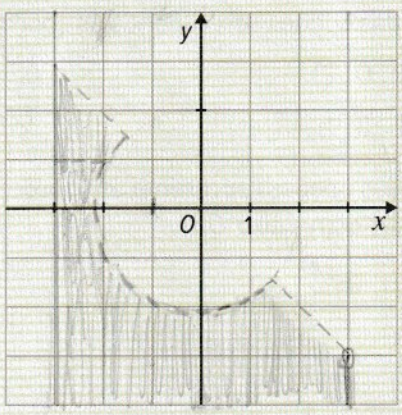
b) circunferência. ____ /20

4.2. Determina a medida da área do triângulo $[PQC]$, sabendo que P e Q são os pontos de interseção da circunferência com o eixo Ox, sendo P o que tem menor abcissa. ____ /20

4.3. Define, por uma condição, a parte colorida da figura. ____ /20

5 **Na base quadriculada ao lado encontra-se um referencial o.m. Oxy. Faz a representação geométrica do conjunto de pontos $P(x, y)$ que satisfazem a seguinte condição:** ____ /20

$$|x| \leqslant 3 \wedge x^2 + y^2 > 4 \wedge y < -x$$



ESPMA10CAP © Porto Editora

1 **Em relação a um referencial o.m. $Oxyz$, considera os pontos $A(-2, 1, 0)$, $B(3, 2, -1)$, $C(0, -2, 0)$, $D(-4, -5, -6)$, $E(4, 0, 3)$ e $F(-3, -2, 6)$.**

Cotações

1.1. Dos pontos dados, identifica o(s) que pertence(m) ao: ____/30

a) 5.º octante;

b) eixo Oy;

c) plano xOy;

d) plano xOz;

e) 3.º octante;

f) 7.º octante.

1.2. Indica as coordenadas da: ____/20

a) projeção ortogonal do ponto D sobre o plano yOz;

b) projeção ortogonal do ponto E sobre o eixo Ox.

2 **Num referencial o.m. $Oxyz$ está representado o ponto $Q(2k, k-1, 2-k)$, com $k \in \mathbb{R}$.**

2.1. A que plano coordenado pertence o ponto Q se a soma da abcissa com a ordenada for igual ao dobro da cota? ____/20

2.2. Existe algum valor de k para o qual o ponto Q pertence ao 4.º octante? Justifica. ____/20

3 **Sabe-se que $2x - 3z + 4 = 0$ é uma equação que define o plano mediador de $[AB]$.**

3.1. Qual das opções corresponde às coordenadas de um ponto equidistante de A e de B? ____/10

(A) $(2, 0, 3)$ **(B)** $(1, -3, 2)$

(C) $(2, 3, 1)$ **(D)** $(-2, 0, -3)$

3.2. Qual das opções representa as coordenadas do ponto de interseção do plano mediador de $[AB]$ com o eixo Oz? ____/10

(A) $\left(0, 0, \frac{4}{3}\right)$ **(B)** $\left(0, 0, -\frac{4}{3}\right)$

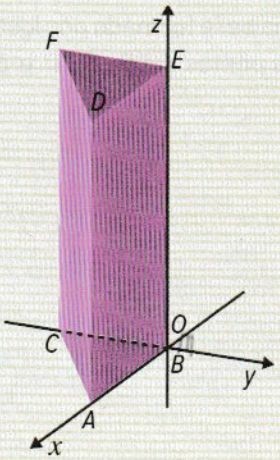
(C) $A(-2, 0, 0)$ **(D)** $A(2, 0, 0)$

ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

4 **No referencial o.m. *Oxyz* está representado um prisma triangular reto. Sabe-se que:**

- o ponto B coincide com a origem do referencial;
- $D(3, 0, 5)$ e $C(0, -2, 0)$;
- a face $[BCFE]$ está contida no plano yOz e a face $[ABED]$ está contida no plano xOz.



4.1. Indica a condição que representa a aresta $[AD]$. ____/10

(A) $y = -2 \wedge z = 5 \wedge 0 \leqslant x \leqslant 3$

(B) $y = -2 \wedge z = 5$

(C) $x = 3 \wedge y = 0$

(D) $x = 3 \wedge y = 0 \wedge 0 \leqslant z \leqslant 5$

4.2. Seja β o plano mediador de $[CD]$. Indica as coordenadas do ponto de interseção da reta CD com o plano β. ____/10

(A) $(1{,}5\,;\, 1\,;\, 2{,}5)$

(B) $(1{,}5\,;\, -1\,;\, -2{,}5)$

(C) $(1{,}5\,;\, -1\,;\, 2{,}5)$

(D) $(-1{,}5\,;\, -1\,;\, 2{,}5)$

5 **Num referencial o.m. *Oxyz*, em que a unidade é o decímetro, foi representada a esfera definida por $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 \leqslant 12$. Indica, em decímetros quadrados, a área da figura resultante da interseção da esfera com o plano de equação $y = -1$. Apresenta o resultado arredondado às unidades.** ____/10

(A) 11 **(B)** 25 **(C)** 32 **(D)** 38

6 **Em relação a um referencial o.m. *Oxyz*, considera os pontos $A(-2, 1, -3)$ e $B(0, -5, -1)$.**

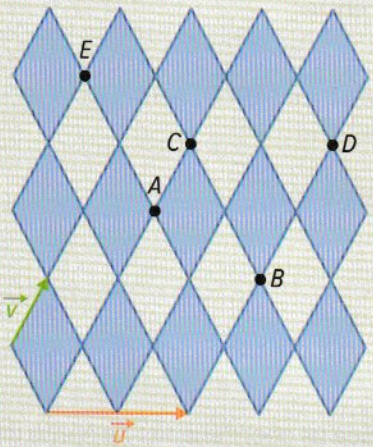
6.1. Determina as coordenadas do ponto C, sabendo que B é o ponto médio de $[AC]$. ____/20

6.2. Sabe-se que $[AB]$ é um diâmetro de uma superfície esférica. Representa essa superfície esférica por uma equação na forma reduzida. ____/20

6.3. Determina a equação do plano mediador de $[AB]$. ____/20

ESPMA10CAP © Porto Editora

1 Sobre uma base formada por losangos geometricamente iguais foram representados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e os pontos A, B, C, D e E.



Cotações

1.1. Recorrendo aos pontos assinalados na figura, indica um representante do: ____/30

a) vetor $\vec{u}+\vec{v}$

b) vetor $\vec{v}-\vec{u}$

c) vetor $-2\vec{v}$

1.2. Completa as igualdades: ____/30

a) $D-\vec{u}=\square$

b) $\square+2\vec{v}=D$

c) $B+(\vec{v}-\vec{u})=\square$

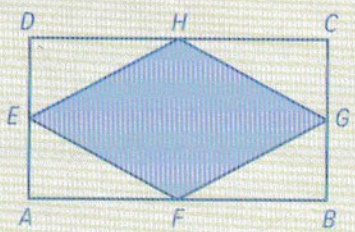
2 Na figura estão representados um retângulo $[ABCD]$ e um losango $[EFGH]$.

Sabe-se que:

- $\|\overrightarrow{AD}\|=8$
- a medida da área do losango é 48.

O que representa, no contexto, $\|\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EF}\|$?

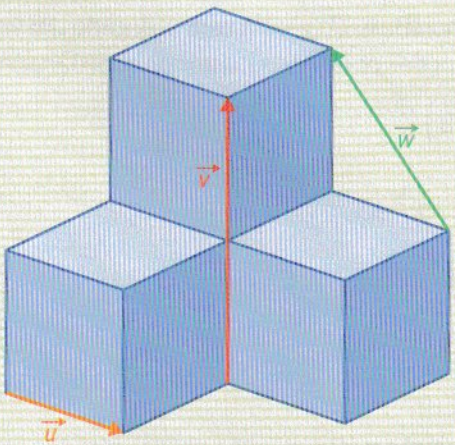
Determina o respetivo valor.



____/30

ESPMA10CAP © Porto Editora

3 **Na figura estão representados os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.**
Sabe-se que a medida de qualquer uma das arestas dos cubos é igual a 2.



3.1. Qual das opções representa $\frac{1}{2}\vec{v}-\vec{u}$?

(A) $2\vec{w}$

(B) $-\vec{w}$

(C) $\frac{1}{2}\vec{w}$

(D) $\vec{w}$

3.2. Mostra que $\|2\vec{w}\| > \|\vec{u}+\vec{v}\|$.

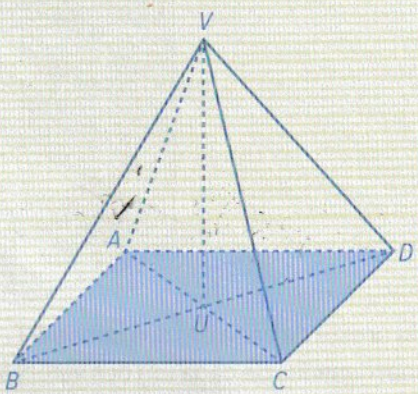
Cotações

____ /18

____ /24

4 **Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular [*ABCDV*].**
Sabe-se que:

- $\|\overrightarrow{UV}\| = 6$ (altura da pirâmide);
- a medida da área da base é 36.



4.1. Utiliza letras da figura para completar.

a) $\overrightarrow{UC} - \overrightarrow{VC} = \square$

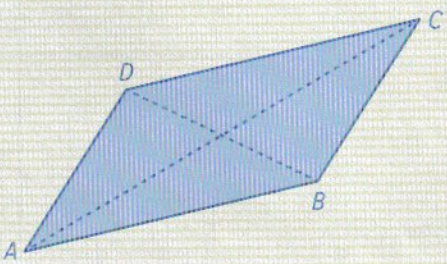
b) $\square + 2\overrightarrow{UB} = B$

4.2. Determina a norma do vetor $\overrightarrow{CV}$.

____ /20

____ /24

5 **Na figura está representado um paralelogramo [*ABCD*].**



Mostra que $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}$.

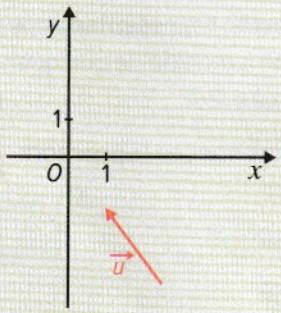
____ /24

ESPMA10CAP © Porto Editora

Autoavaliação

2. Coordenadas de um vetor num referencial ortonormado

1 No referencial o.n. Oxy está representado um vetor $\vec{u}$.
Qual das opções pode representar as coordenadas do vetor $\vec{u}$?



(A) $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$

(B) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

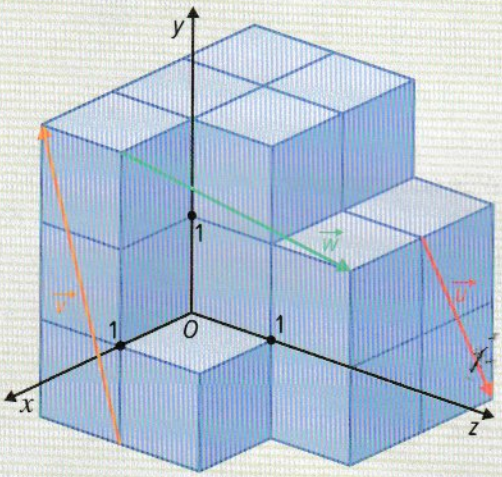
(C) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

(D) $\left(\frac{3}{2}, -2\right)$

Cotações

_____ /24

2 No referencial o.n. $Oxyz$ estão representados os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.



_____ /30

A medida da aresta de cada um dos cubos é 1.
Indica as coordenadas de cada um dos vetores.

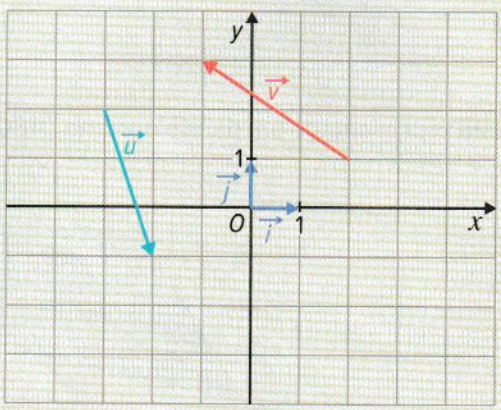
2.1. $\vec{u}(\square, \square, \square)$ **2.2.** $\vec{v}(\square, \square, \square)$ **2.3.** $\vec{w}(\square, \square, \square)$

3 No referencial o.n. $(O, \vec{i}, \vec{j})$ estão representados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
Determina as coordenadas do vetor $\vec{w}$ se:

_____ /32

3.1. $\vec{w} = 2\vec{u} - (\vec{v} + 2\vec{i})$

3.2. $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} - \left(\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}\right)$



ESPMA10CAP © Porto Editora

Cotações

4 **Em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considera o ponto $A(0, -2, 1)$ e o vetor $\vec{u}(2, -1, 3)$ e uma reta r que passa em A e tem a direção de $\vec{u}$.**

Mostra que o ponto $B(4, -4, 7)$ pertence à reta r e o ponto $C(-4, 0, 3)$ não pertence à reta r. ____ /30

5 **Em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considera a esfera definida pela inequação $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2 \leqslant 9$ e a reta r definida por $(x, y, z) = (1, 0, -1) + k(3, 1, -2)$, $k \in \mathbb{R}$.** ____ /24

Sabe-se que a interseção da reta r com a esfera é um segmento de reta $[AB]$.

Qual das opções representa $\|\overrightarrow{AB}\|$?

(A) 3

(B) 9

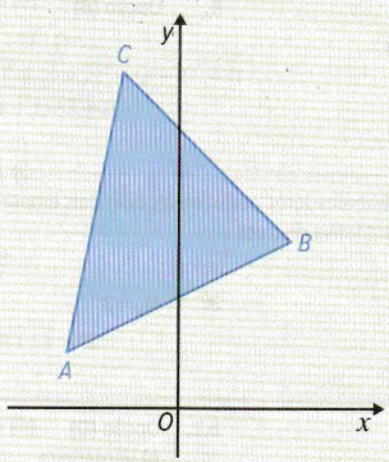
(C) 6

(D) 8

6 **No referencial o.n. Oxy está representado um triângulo $[ABC]$.**

Sabe-se que:

- a reta BC é definida pela equação $y = -x + 5$
- a reta AB é definida pela equação $(x, y) = (-4, 0) + k(2, 1)$, $k \in \mathbb{R}$



6.1. Seja T o ponto de interseção da reta BC com Oy.

Representa por uma equação, na forma reduzida, a reta que passa em T e é paralela a AB. ____ /30

6.2. Determina as coordenadas do ponto B. ____ /30

ESPMA10CAP © Porto Editora